

**FUNDAÇÃO INSTITUTO CAPIXABA DE PESQUISAS EM  
CONTABILIDADE, ECONOMIA E FINANÇAS – FUCAPE**

**CECILIO ANDRADE DE OLIVEIRA JÚNIOR**

**AVALIAÇÃO DO MELHOR MOMENTO DE INVESTIMENTO EM UMA  
HIDRELÉTRICA NO BRASIL: Uma aplicação de um modelo de  
option games.**

**VITÓRIA**

**2007**

**CECILIO ANDRADE DE OLIVEIRA JÚNIOR**

**AVALIAÇÃO DO MELHOR MOMENTO DE INVESTIMENTO EM UMA  
HIDRELÉTRICA NO BRASIL: Uma aplicação de um modelo de  
option games.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Fundação Instituto Capixaba de Pesquisas em Contabilidade, Economia e Finanças (FUCAPE), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências Contábeis – nível Profissionalizante.

Orientador: Dr. Leonardo Lima Gomes

**VITÓRIA  
2007**

Dedico este trabalho à minha  
esposa Elyne, à minha Filha  
Maria Victória e aos meus pais  
Cecilio e Elizabeth.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha esposa pela compreensão e o apoio nos momentos mais difíceis e o encorajamento em continuar estudando a fim de eliminar mais um desafio imposto pelo curso.

Aos meus pais, pois sem o apoio dos mesmos este sonho não teria se tornado realidade.

Aos colegas pelo convívio e suas mais extraordinárias contribuições nas pesquisas e seminários apresentados durante o curso.

Aos Professores Aridelmo, Alexsandro e Marcelo pelas valiosas dicas de como proceder na elaboração de um projeto de pesquisa, pois sem estas não teria conseguido.

E ao meu orientador, por ter me guiado nesta tarefa árdua que é escrever uma dissertação de mestrado no tempo que nos foi reservado.

## RESUMO

O presente estudo buscou aplicar modelo de *option games* na determinação do melhor momento de investimento em uma hidrelétrica no Brasil. Como este setor passou por uma reestruturação devido à necessidade de atender uma nova demanda por energia elétrica, o governo lançou planos de incentivos na construção de novas usinas atraindo o investimento privado. Como a construção de uma usina é do tipo de empreendimento irreversível, estudos sobre a viabilidade destes devem ser feitos considerando todas as possíveis condições de mercado. Uma possível condição que nós consideramos é uma situação monopolista onde a variável que determina o investimento é o preço neste contexto utilizamos dois modelos para avaliar a viabilidade financeira, o primeiro é o método tradicional de fluxo de caixa descontado e o segundo pela teoria de opções reais que leva em consideração a flexibilidade gerencial. Em uma outra possível condição iremos considerar a existência de um duopólio onde dois grupos que disputam o projeto possuem as mesmas características técnicas e financeiras, neste caso a variável deixa de ser o preço e passa a ser a demanda, para avaliarmos o projeto iremos utilizar o modelo de *option games* desenvolvido por Trigeorgis(1986). Os resultados encontrados em ambos os casos (monopólio e duopólio) mostram que há viabilidade financeira no caso do investimento imediato, porém a opção de espera pode agregar valor ao empreendimento.

## ABSTRACT

The present study it searched to apply model of option games in the determination of optimum moment of investment in a hydroelectric power in Brazil. As this sector passed for a reorganization due to necessity to take care of a new demand for electric energy, the government launched plans of incentives in the construction of new plants attracting the private investment. As the construction of a plant is of the type of irreversible enterprise, studies on the viability of these must be made considering all the possible conditions of market. A possible condition that we consider is a monopolist situation where the 0 variable that determines the investment is the price in this context uses two models to evaluate the financial viability, the first one is the traditional method of discounted cash flow and as for the theory of real options that management flexibility takes in consideration. In one another possible condition we will go to consider the existence of a duopoly where two groups that dispute the project possess the same characteristics techniques and financiers, in this in case that the 0 variable leaves of being the price and starts to be the demand, to evaluate the project we will go to use the model of option games developed by Trigeorgis(1986). The results found in both the cases (monopoly and duopoly) show that it has financial viability in the case of the immediate investment, however the wait option can add value to the enterprise.

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Informações técnicas do projeto	19
Tabela 4.2 – Modelo proposto do fluxo de caixa	20
Tabela 4.3 – Condições de investimento	23
Tabela 5.1 – Dados das oportunidades de expansão dos grupos 1 e 2	37
Tabela 5.2 – Cenário de investimento em $T = 0$	40
Tabela 5.3 – EN no período 1 no cenário de subida	41
Tabela 5.4 – EN no período 1 no cenário de descida	41
Tabela 5.5 – Reação do seguidor no cenário de subida da demanda em $T=1$	42
Tabela 5.6 – Reação do seguidor no cenário de descida da demanda em $T=1$	43
Tabela 5.7 – Decisão de investimento do Líder	43
Tabela 5.8 – EN no período 1 no cenário de subida	45
Tabela 5.9 – EN no período 1 no cenário de descida	45
Tabela 5.10 – Reação do seguidor no cenário de subida da demanda em $T=1$	46
Tabela 5.11 – Reação do seguidor no cenário de descida da demanda em $T=1$	47
Tabela 5.12 – Decisão de investimento do Líder	47
Tabela 5.13 – EN no período 1 no cenário de subida	49
Tabela 5.14 – EN no período 1 no cenário de descida	49
Tabela 5.15 – Reação do seguidor no cenário de subida da demanda em $T=1$	50
Tabela 5.16 – Reação do seguidor no cenário de descida da demanda em $T=1$	51
Tabela 5.17 – Decisão de investimento do Líder	51

## LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 – Representação do modelo binomial	22
Figura 5.2 – Representação do jogo da forma normal	25
Figura 5.3 – Representação do jogo da forma extensiva	25
Figura 5.4 – Ilustração da teoria dos jogos reais	27
Figura 5.5 – Resultado das Estratégias Esperar-Esperar no Período 0	33
Figura 5.6 – Resultado das Estratégias Investir-Esperar no Período 0	35
Figura 5.7 – Equilíbrio de Nash no Período 0	35
Figura 5.8 – Representação do jogo disputado por dois grupos de geração	36
Figura 5.9 – Representação do jogo de investimento simultâneo	38
Figura 5.10 – Reação do seguidor	39
Figura 5.11 – Efeito demanda	40
Figura 5.12 – Equilíbrio de Nash nos cenários de subida e descida da demanda após a decisão de espera em ambos os grupos no período zero.	42
Figura 5.13 – Equilíbrio de duopólio	45
Figura 5.14 – Equilíbrio de Nash nos cenários de subida e descida da demanda após a decisão de espera em ambos os grupos no período zero	46
Figura 5.15 – Equilíbrio de duopólio	48
Figura 5.16 – Equilíbrio de Nash nos cenários de subida e descida da demanda após a decisão de espera em ambos os grupos no período zero	50
Figura 5.17 – Equilíbrio de duopólio	52

# SUMÁRIO

<b>1 – INTRODUÇÃO</b>	10
1.1 – Contextualização	10
1.2 – Problema	12
1.3 – Objetivo	13
1.4 – Justificativa	13
1.5 – Estrutura do trabalho	13
<b>2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	15
2.1 – Teoria de opções reais	15
2.2 – <i>Option Games</i>	16
<b>3 – METODOLOGIA</b>	18
3.1 – Análise de dados	18
<b>4 – AVALIAÇÃO DE UM INVESTIMENTO EM HIDROELÉTRICA</b>	19
4.1 – Avaliação pelo método tradicional	20
4.2 – Avaliação pelo método teoria de opções reais	21
<b>5 – TEORIA DOS JOGOS E <i>OPTION GAMES</i></b>	24
5.1 – INTRODUÇÃO	24
5.2 – Conceitos da teoria dos jogos	24
5.2.1 – Definições	24
5.2.2 – Representações do jogo	25
5.2.3 – Equilíbrios de Nash	26
5.2.4 – Equilíbrio de nash em sub-jogos	26
5.3 – Modelo de <i>Option Games</i> desenvolvido por Trigeorgis	26
5.3.1 – Descrição do modelo	27
5.4 – Exemplo numérico	29
5.5 – Modelo proposto	36
5.6 – Resultados	39
5.6.1 – Equilíbrio de Duopólio	40
<b>6 – Considerações finais</b>	53
6.1 – Considerações Gerais	53
6.2 – Fatores limitantes	54
<b>7 – Referências</b>	55

## **1 – INTRODUÇÃO:**

### **1.1 – CONTEXTUALIZAÇÃO**

Nos últimos anos vimos o mercado preocupado com novas possibilidades de racionamento de energia como a que ocorreu em junho de 2001 a março de 2002 por falta de infra-estrutura e de condições Hidrológicas. Esta preocupação se deve, pois as usinas hidroelétricas, que são responsáveis por mais de 85% da geração de energia no Brasil (GOMES, 2002).

No período em que ocorreu o “apagão”, já havia sido iniciado o processo de reestruturação do setor, tendo como objetivo a geração de uma maior oferta de energia. E o primeiro passo nessa direção se faz com a quebra do monopólio estatal por meio das privatizações do setor elétrico.

A reestruturação do setor elétrico tinha a característica de desverticalizar as atividades de produção, transmissão, distribuição e comercialização da energia produzida. Portanto seu foco predominante era garantir a expansão da oferta de energia, pois a demanda estava crescendo e com essa estratégia, procura-se alavancar o mercado energético tornando-o mais atrativo para investimentos de capitais privados(GOMES, 2002).

Para haver investimento capital privado entrar no mercado e aumentar a capacidade instalada de energia através da construção de novas usinas, o governo garantia a compra de energia por meio dos leilões de “Energia Nova”.

Nos leilões de energia nova, o governo estabelece um preço máximo e os empreendedores ofertam os seus lances. Aquele que ofertar o menor preço de contrato (valor abaixo do estabelecido pelo governo), garante um contrato de direito

ao uso, exploração e implantação de um bem público (usina) por 30 anos por preço MWh contratado.

Até então já foram realizados três leilões de energia nova. O primeiro no dia 19 de dezembro de 2005, o segundo em 29 de junho de 2006 e o terceiro no dia 10 de outubro de 2006, sendo que o preço médio nos três leilões foi de R\$ 117,68 MWh.

Os empreendimentos de geração de energia possuem algumas particularidades, a saber: além de apresentar um alto custo, os projetos de construção de uma usina são do tipo irreversíveis, ou seja, uma vez iniciado não há como interromper. Logo, faz-se necessário um estudo de viabilidade financeira do projeto. Por isso, antes de qualquer decisão a empresa deverá decidir se vai ou não participar do setor de energia. O empreendedor deverá avaliar se o projeto é realmente viável. As técnicas tradicionais mais utilizadas no auxílio do empreendedor na sua tomada de decisão são: Taxa interna de Retorno (TIR) e Fluxo de Caixa Futuros Descontado (VPL), entretanto estas técnicas não alcançam os resultados necessários para que o investidor decida investir no projeto de construção.

Para alcançar uma maior eficácia visionária do empreendimento do porte ora citado, não seria possível trabalhar só com uma das técnicas, logo a combinação do estudo do VPL com a Teoria de Opções Reais (TOR) possibilitará ao empreendedor uma visão mais profunda do empreendimento obtendo, portanto, uma maior eficácia maximizando os possíveis resultados.

Na literatura há registros de empresas que desde a década de 80 já utilizavam a TOR na tomada de decisões (Shell e HP), porém, o uso em larga escala

da TOR ocorreu somente na década de 90 (Merk, Kodak, Enron, Airbus, Boeing, etc.) (DIAS, 2005).

A TOR oferece aos empreendedores uma flexibilização dos métodos tradicionais de avaliação de investimentos sendo que as principais flexibilidades são: Postergar um projeto; expandir ou contrair um projeto; abandonar temporariamente ou definitivamente um projeto (MINARDI, 2000).

A teoria de opções reais se aplica muito bem em situações de incerteza, pois a preocupação do empreendedor é verificar se o projeto é financeiramente viável e suas possíveis flexibilizações. Entretanto, em um contexto no qual uma empresa possa enfrentar a concorrência de uma outra empresa do setor, e as decisões destas, afetarem a sua empresa, a TOR deixa de atender as expectativas do empreendedor.

A fim de resolver este problema combinaram-se duas Teorias, a Teoria de Opções Reais e a Teoria dos Jogos. Esta última analisa o comportamento de dois ou mais jogadores (empresas, gerentes, etc.) e faz inferências sobre os possíveis resultados encontrados. A literatura define a combinação dessas teorias como *Option Games*.

## **1.2 – PROBLEMA.**

Numa situação de duopólio, qual o melhor momento para investir em uma hidrelétrica sob a ótica do investidor, utilizando Option Games?

### **1.3 – OBJETIVO**

O presente estudo busca encontrar o melhor momento para se investir em uma hidroelétrica utilizando o *Option Games*.

### **1.4 – JUSTIFICATIVA**

Devido ao contexto no qual está inserido o setor elétrico, as decisões de investimento na construção, geração e uso de uma usina não devem ser tomados somente com base nos fatores exógenos. Têm-se que levar em consideração os fatores endógenos a este empreendimento. E para o auxílio nestas decisões a teoria de opções reais combinada com a teoria dos jogos fornece uma ferramenta de análise, *Option Games*. O presente estudo vem contribuir com os trabalhos já realizados sobre a aplicação do *Option Games* na tomada de decisões num ambiente de duopólio.

### **1.5 – ESTRUTURA DO TRABALHO**

Esse estudo está organizado em 6 capítulos. No primeiro a introdução, a motivação e o objetivo do tema escolhido.

No segundo capítulo será feito uma revisão bibliográfica sobre os métodos de avaliação de investimento estudados nessa dissertação: Teoria de Opções Reais e *Option Games*.

O terceiro capítulo aborda a parte metodológica do nosso estudo, coleta e análise dos dados.

No capítulo quatro será feito uma análise de investimento de construção de uma usina hidroelétrica na situação de monopólio. Para este estudo utilizaremos dois

métodos: o primeiro é o tradicional Fluxo de Caixa Descontado e o segundo é a Teoria de Opções Reais.

No capítulo cinco será analisado o investimento a ser feito em um hidrelétrica no ambiente de duopólio, e, para essa situação, utilizaremos o *option games*. Finalmente, no capítulo 6, são apresentados as considerações finais da dissertação.

## 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 – TEORIA DE OPÇÕES REAIS.

A Teoria de Opções Reais vem se tornando uma ferramenta cada vez mais utilizada na tomada de decisões de um empreendimento, em detrimento dos métodos tradicionais (TIR e VPL).

A TOR incorpora na sua metodologia a incerteza futura dos projetos, ao contrário dos métodos tradicionais que consideram que os fluxos de caixa não se alteram (MINARDI,2004).

Quando observamos que o valor do VPL é positivo ( $VPL > 0$ ), no método tradicional é afirmado que podemos investir; na TOR por ter a flexibilidade gerencial, significa que não necessariamente este projeto represente uma opção viável, visto que existe a possibilidade de postergar por um determinado período, podendo agregar valor ao projeto (PINDYCK,1991).

Por sua característica, o projeto de uma hidroelétrica, uma vez iniciado, não pode ser interrompido e, por sua especificidade, não há a possibilidade de ser usado para outro fim (McDONALD,1986). Logo, o empreendedor deve saber quando, onde e como investir. E os métodos tradicionais não respondem a estas perguntas.

Cortazar (1998) apresenta um modelo que determina o momento ótimo para uma empresa investir, e quais são os parâmetros que afetam suas decisões.

A vantagem da Teoria de opções reais é justamente esta, já que ela pode realizar inferências, como as outras ferramentas não fariam, e tomar as decisões em resultados mais plausíveis, levando em consideração as flexibilidades gerenciais do empreendimento (TRIGEORGIS,1996).

A flexibilidade gerencial é uma forma de opção real que apresenta três principais tipos de opções: (GOMES, 2002)

- a) Postergar um projeto: esta opção é exercida quando o foco é obter melhores e mais informações do mercado. (TITMAN,1985)
- b) Expandir ou contrair um projeto: Se as condições do mercado estão além das expectativas iniciais adiciona-se novos investimentos aumentando o ganho e expandindo o projeto. Caso contrário diminuir os investimentos para minimizar as perdas e contraindo o projeto. (DIXIT e PINDYCK,2000)
- c) Abandonar temporariamente ou definitivamente o projeto: Se o mercado está sinalizando condições muito desfavoráveis é aconselhável abandonar o projeto temporariamente e esperar melhores condições ou abandonar definitivamente, caso não haja expectativa de melhora (KUTILAKA,1993).

Trigeorgis (1996) prega que a flexibilidade gerencial embuti nos projetos de investimentos uma coleção de opções reais que podem ajudar na tomada de decisões através da análise de sensibilidade de cada uma das opções.

## **2.2 – OPTION GAMES.**

Os modelos de opções, até então estudados, levam em consideração somente os efeitos externos nas tomadas de decisões, desconsiderando os efeitos internos que podem influenciar nas decisões.

Nesse contexto, a Teoria dos Jogos adequa-se perfeitamente, pois por definição ela analisa as estratégias dos jogadores (entenda como: empresas,

gerentes, gestores, etc.) que estão tentando maximizar os resultados num ambiente onde todos os participantes querem o mesmo.

Smets (1993) mostrou, um modelo de *option games* em tempo contínuo numa situação de duopólio, onde mostrou quais as melhores estratégias para o investimento direto em países estrangeiros.

Grenadier (1996) apresentou um modelo de tempo contínuo baseado no trabalho de Smets para resolver os problemas de investimentos em prédios comerciais no ambiente de duopólio.

Gomes (2002) utilizou o modelo de *option games* baseado no trabalho de Trigeorgis. Considerando a possibilidade de postergar um investimento devido à incerteza endógena na expansão da oferta de energia no caso de duopólio.

### **3 – METODOLOGIA**

As informações do projeto de investimento em uma hidrelétrica é um misto de dados reais e situações hipotéticas, uma vez que levamos em consideração dois grupos de investimentos disputando quatro projetos de 250 Mwh, neste caso específico, pode-se obter no máximo dois projetos.

Para a realização do estudo iremos utilizar como ferramenta *Option Games*, objetivando determinar qual é o melhor momento em investir com ocorrência em um ambiente de incerteza da demanda de energia. Como não há dados suficientes para estimarmos a volatilidade do mercado estipulamos três possíveis valores para a volatilidade 10%, 20% e 30% .

Para este estudo, foram utilizadas as informações do último leilão de energia nova realizado no dia 10 de outubro de 2006 com as características do leilão divulgadas no edital 004/2006 pela agência nacional de energia elétrica – ANEEL, do empreendimento Mauá. Como até o momento só ocorreram 3 leilões de

#### **3.1 – ANÁLISE DE DADOS**

O estudo em questão será realizado em duas etapas: na primeira será estudada uma situação de monopólio, onde os investimentos serão analisados, utilizando dois métodos: o tradicional e o método de opções reais.

Na segunda etapa será considerada uma situação de duopólio onde a demanda de energia é menor que a oferta influenciando a decisão de investir. Para analisar essa situação será feito um estudo sobre *option games* encontrando o melhor momento para se investir.

Na busca de se encontrar o melhor momento para investir, iremos nos basear no fluxo de caixa descontado, estimado para toda a vida útil do projeto( da construção ao término da concessão) seguindo o modelo de Gomes (2002).

#### 4 – AVALIAÇÃO DE UM INVESTIMENTO EM HIDROELÉTRICA.

Para tomarmos a decisão de investir ou não em uma hidroelétrica devemos nos basear em modelos de avaliação de investimentos. Na literatura vimos que existem, basicamente, dois tipos: O VPL tradicional e a Teoria de opções reais.

Tomemos o seguinte cenário de investimento de uma hidroelétrica com as seguintes capacidades e informações (empreendimento Mauá):

Tabela 4.1: informações técnicas do projeto		
Avaliação de Uma Hidrelétrica		
Premissas		
Dados Técnicos	Valor	Unidade
Vida Útil	30	Anos
Tempo de Construção	5	Anos
Capacidade Instalada	361	MWmed
Energia Assegurada	197,7	MWmed
Receitas e Custos		
Preço de Venda	120	R\$/MWh
Custo de Produção	5,03	R\$/MWh
TUST	2,49	R\$/kWmês
Investimento		
Investimento Unitário	2390	R\$/kW
Depreciação	25	Anos
Estrutura de Capital		
Alavancagem Financeira	30%	CP
Taxa de Juros aa.	7,46%	
Amortização	10	Anos
Carência	5	Anos
Sistema de Amortização	SAC	
TMA	11%	aa.
Taxas e Impostos		
PIS	1,65%	
Confins	7,6%	
Taxa de Fiscalização da Aneel	0,50%	
Imposto Renda	25%	
Contribuição Social	9%	
Fatores		
Fator de subida	1,1	

Fator de descida	0,9
Probabilidade de subir	0,5
Probabilidade de descer	0,5

Vamos avaliar este projeto de investimento das duas maneiras anteriormente citadas. De acordo com o seguinte fluxo de caixa:

Tabela 4.2: fluxo de caixa

<b>Fluxo de caixa</b>
Receita Bruta
(-) Impostos Diretos
Receita Líquida
(-) Custos Produção
(-) TUST
(-) Depreciação
<b>LAJIR</b>
Pagamento Juros
<b>LAIR</b>
(-) IR e CSSL
<b>LL</b>
(+) Depreciação
(-) Amortização
Fluxo do Investidor

#### 4.1 – AVALIAÇÃO PELO MÉTODO TRADICIONAL:

Nessa avaliação do investimento iremos utilizar à máxima do “agora ou nunca”, pois pelo método do VPL tradicional não teremos a flexibilidade gerencial como apoio.

O VPL é constituído da soma dos fluxos de caixas futuros descontados a valor presente menos o valor do investimento.

$$VPL = \sum_{t=1}^{30} \frac{FC}{(1 + TMA)^t} - I \quad (4.1)$$

Utilizando o fluxo de caixa proposto encontramos:

$$\sum_{t=1}^{30} \frac{FC}{(1 + TMA)^t} = R\$ 282,564 \text{ milhões e } I = R\$258,837 \text{ milhões}$$

Para o nosso empreendimento ficou constatado que o VPL é de R\$ 23,73 milhões. Como o critério utilizado é o método tradicional avaliaríamos o projeto como viável, pois, temos VPL positivo.

## 4.2 – AVALIAÇÃO DO PROJETO POR TOR

O modelo de avaliação será o mesmo proposto por Dixit e Pindyck (1994). Que propõe uma avaliação de projetos em tempo discreto, utilizando uma programação dinâmica com malha binomial, fazendo o uso de uma taxa livre de risco ( taxa de desconto) ajustada ao risco.

O modelo proposto por Dixit é:

$$F_0 = \frac{qF_1^u + (1-q)F_1^d}{1+r_f} \quad (4.2)$$

e

$$F_1^u = \text{MAX}(V_1^u - I, 0) \quad (4.3 \text{ a})$$

$$F_1^d = \text{MAX}(V_1^d - I, 0) \quad (4.3 \text{ b})$$

Onde:

I = Investimento;

$V_1^u$  = Somatório dos FCD no momento 1 ascendente;

$V_1^d$  = Somatório dos FCD no momento 1 descendente;

$F_1^u$  = Valor do projeto no momento 1 ascendente;

$F_1^d$  = Valor do projeto no momento 1 descendente;

q = probabilidade de subida;

$F_1$  = Valor do projeto no momento 1;

$F_0$  = Valor do projeto no momento 0;

$r_f$  = Taxa livre de risco.

Sabendo que  $(V - I)$  é VPL do momento.

A flexibilidade gerencial aqui apresentada será a possibilidade de postergar este projeto por um ano, na expectativa de encontrarmos um projeto ótimo, a fim de maximizar o retorno. (SOUZA, 2006)

A flexibilização possui as mesmas características de uma opção financeira, porque passa a ser uma opção, e, não uma obrigação, de investir daqui um ano.

Iremos adotar fatores que estão na tabela 4.1: probabilidade de 50% de subir e a volatilidade empregada é de 10%, logo temos o seguinte cenário:

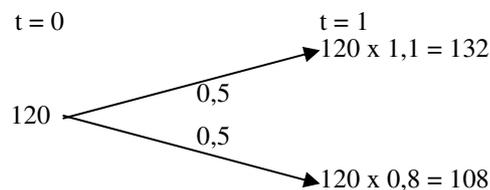


Figura 4.1: Representação do modelo binomial

Após um ano teremos os seguintes resultados na expectativa de subida  $F_1^u = 94,62$  milhões e na expectativa de descida  $F_1^d = 0$ , pois o VPL em  $t_1$  foi igual a  $-47,42$  milhões como é o  $F_1^d = \text{MAX}( \text{VPL} , 0)$ .

Assim o valor para postergar a decisão de investir é:

$$F_0 = \frac{(0,5 \times 94,62) + (0,5 \times 0)}{1 + 0,11} = 42,62 \text{ milhões}$$

Observando o VPL tradicional que foi de R\$ 23 milhões e o VPL com a possibilidade de postergar o investimento por um ano, mostra que é melhor esperar e ver o que vai acontecer, em vez de investir imediatamente.

Resta-nos a pergunta: Qual é o melhor momento para investir, desistir ou postergar o empreendimento? Para o caso de um monopólio, há uma faixa de preços que não se deve investir, outra que é melhor esperar e uma que se pode investir imediatamente.

Então para este contexto obtemos:

Tabela 4.3: Situações para investir

Condição	Situação de
se $p \leq 116$	não investir
se $116 < p < 126,35$	Esperar
se $p \geq 126,35$	investir

Observamos que o projeto só teria investimento imediato se o preço máximo que o governo propõe bater o valor de R\$ 126,35. Este preço é chamado ponto de equilíbrio (ou gatilho) entre os dois métodos tradicionais e a teoria de opções reais.

Na condição do preço pertencer ao intervalo de “espera” o projeto ganha uma opção de espera que é a diferença entre o VPL tradicional com o VPL postergado. No caso do preço de R\$ 120,00 a opção de espera é de R\$18,89 milhões.

Na condição do preço ser menor que R\$ 116,00 obtemos o VPL negativo que tanto pelo método tradicional como na teoria de opções reais, apresenta-se numa situação de não investimento.

## **5 – TEORIA DOS JOGOS E *OPTION GAMES***

### **5.1 – INTRODUÇÃO**

Quando o projeto está inserido num ambiente monopolista são os fatores exógenos que afetam as nossas decisões de quando, como e onde investir. Quando estamos num ambiente oligopolista são os fatores endógenos que afetam nossas decisões, visto que as decisões das outras empresas afetam as nossas.

Dentro da teoria de jogos temos dois tipos de modelos de jogos, os cooperativos e os não cooperativos, sendo este a base do nosso estudo, pois considera interdependência dos jogadores. Além dessa característica o jogo não cooperativo pode assumir dois estágios: o primeiro, de ser simultâneo, onde os jogadores jogam ao mesmo tempo. O segundo de ser seqüencial, onde um jogador aguarda para ver o movimento do outro para depois realizar o seu movimento. Cada estágio vai depender da estratégia de cada jogador.

### **5.2 – CONCEITOS DA TEORIA DOS JOGOS**

#### **5.2.1 – Definições**

O jogo é formado por 4 elementos básicos: os jogadores (Empresas, grupos, gerentes, etc.); por regras (quando, como e onde se mover); resultados e pagamentos (função utilidade) (MAS-COLELL,1995). Uma vez conhecido o jogo, cada jogador adota suas estratégias a fim de maximizar a sua função utilidade podendo ser simultâneo ou seqüencial de acordo com os movimentos dos jogadores.

Como os jogadores têm por objetivo maximizar a sua função utilidade de acordo com as suas estratégias adotadas, o equilíbrio de Nash é encontrado quando simultaneamente todas as estratégias que fazem parte desse equilíbrio são as melhores respostas para todos os jogadores (DIAS, 2005).

### 5.2.2 – Representações do jogo

Tomemos o seguinte jogo simultâneo: dois grupos geradores de energia decidem investir na construção de uma usina hidroelétrica. As decisões tomadas em cada grupo refletem nos resultados e nas decisões do outro. Sabendo que existem as seguintes possibilidades de estratégias de investir imediatamente obtendo como resultado o  $VPL_0$  ou esperar obtendo como resultado o valor de  $F$ .

Este jogo pode ser representado por duas maneiras:

Na sua forma normal:

		GRUPO 2	
		Investir	Esperar
GRUPO 1	Investir	$VPL_0^{G1}, VPL_0^{G2}$	$VPL_0^{G1}, F^{G2}$
	Esperar	$F^{G1}, VPL_0^{G2}$	$F^{G1}, F^{G2}$

Figura 5.2 - representação normal

Ou na sua forma extensiva:

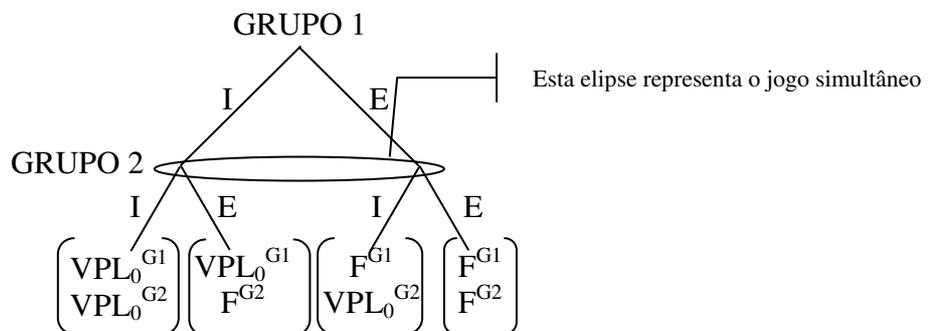


Fig. 5.3: forma extensiva

### **5.2.3 – Equilíbrio de Nash em Sub-jogos.**

O sub-jogo é um subconjunto do jogo com as seguintes características:

- a) começa num conjunto de informações que contém apenas um nó de decisão e contém todos nós sucessores.
- b) não há conjunto de informações quebradas, então um conjunto de estratégias de todos os jogadores constitui um Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos (ENPS) se induz equilíbrios de Nash em todos os sub-jogos.

### **5.3 – MODELO DE *OPTION GAMES* DESENVOLVIDO POR TRIGEORGIS**

Em sua tese de doutorado, Trigeorgis (1986) descreveu modelos de *option games*. Em nosso estudo será utilizado apenas um dos modelos.

### 5.3.1 – Descrição do Modelo

Duas empresas pretendem investir em um determinado mercado, havendo uma possibilidade de ocorrer o Duopólio. O período em estudo será dividido em  $t = 0$  e  $t = 1$ , ou seja, poderá haver investimento imediato ou possibilidade de postergar por um período ou de abandonar o projeto, levando em consideração a demanda pelo produto. A figura 5.4 ilustra as possíveis situações de acordo com as estratégias firmadas.

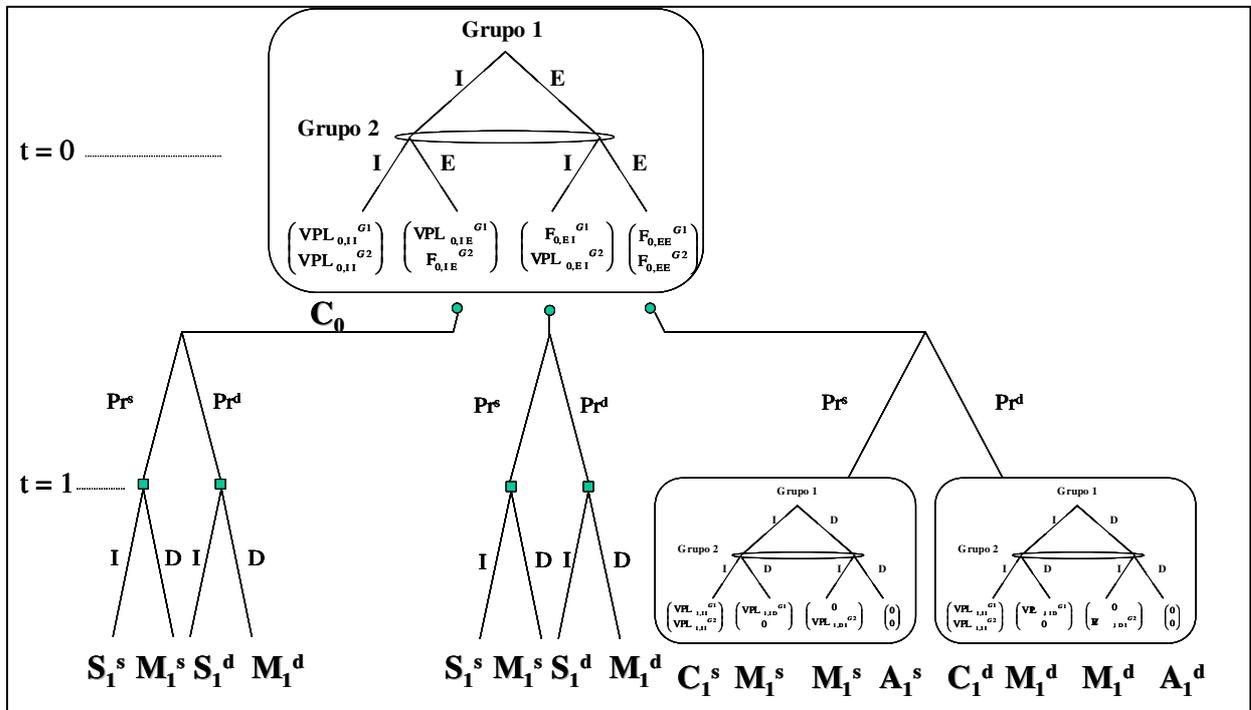


figura 5.4- ilustração do jogo

Se no período zero, as 2 empresas investirem, o jogo começa como um duopólio caracterizado por um equilíbrio de Cournot( $C_0$ ), pois há uma curva de demanda inversa que rege este equilíbrio. O valor do projeto é condizente com a duração do equilíbrio.

Se um dos grupos não investir no período zero, automaticamente o que investiu se torna líder e o outro seguidor. O líder torna-se momentaneamente um monopolista até o seguidor resolver investir no projeto sendo que há possibilidade

de não ocorrer, levando o líder a possuir um resultado condizente com a sua situação monopolista.

Com a evolução do jogo do período zero para o período um, a incerteza sobre a demanda aumenta, podendo ser um choque positivo ou negativo. Para cada situação o seguidor deverá optar por investir ou abandonar (A) o projeto. Se optar por abandonar definitivamente o projeto o líder seguirá como monopolista (M) e caso opte por investir estará formado o equilíbrio de Stakelberg ( $S_1$ ) caracterizando um jogo seqüencial.

Se no período zero não houver investimento, ambos os grupos decidem esperar e ver o que ocorre com a demanda no período seguinte. E, na hora de novas tomadas de decisões iremos repetir o que ocorreu no período zero, onde ambos podem investir, ou investir e abandonar ou abandonar de vez o empreendimento.

A solução do jogo é obtida de traz para frente com o encontro do EN do Jogo simultâneo no período zero de esperar e investir. Quando uma das empresas decide esperar, os valores no período zero são obtidos pelos valores esperados dos melhores resultados associados às decisões futuras, que são os equilíbrios de Nash encontrados em cada cenário.

Para melhor entendimento do modelo, vejamos um exemplo numérico que foi adaptado de Trigeorgis (1986).

## 5.4 – EXEMPLO NUMÉRICO

Trigeorgis adotou a seguinte curva de demanda inversa:

$$P(Q_t) = D_0 - Q_1 - Q_2 \quad (5.1)$$

Onde:

$P(Q_t)$  – Preço de equilíbrio;

$Q_1$  – Oferta do Jogador / Grupo 1;

$Q_2$  – Oferta do Jogador / Grupo 2;

$D_0$  – Fator de demanda inicial.

Adotou também a seguinte equação de custos:

$$C(Q_i) = c_i Q_i + 0,5q_i Q_i^2 \quad (5.2)$$

Onde:

$c_i$  – Coeficiente linear de custo;

$q_i$  – Coeficiente quadrático de custo;

$Q_i$  – Oferta do Jogador / Grupo  $i$  (1 ou 2).

Para as equações adotadas seguem os parâmetros a serem utilizados no nosso exemplo numérico.

$$D_0 = 25 ; c_1 = 6 ; c_2 = 6 ; q_1 = q_2 = 0 ; I_0 = 250 ; I_1 = 280$$

$$Pr^s = Pr^d = 0,5 ; D_1^s = 32 ; D_1^d = 17 ; k = 0,11$$

Onde:

$I_t$  – Investimento no período  $t$ ;

$k$  – Taxa de desconto exógena e ajustada ao risco;

$D_1^s$  – Fator de demanda no cenário de crescimento da demanda;

$D_1^d$  – Fator de demanda no cenário de redução da demanda.

Levando em consideração que ambos os grupos podem investir no período zero. O equilíbrio de Cournot será obtido pela intersecção das curvas de melhor resposta, sendo que a curva de melhor resposta é obtida pelo processo de maximizar-se o lucro do grupo, pela equação (5.3).

$$\max_{Q_i} \pi_i \Rightarrow \max_{Q_i} [P(Q_i)Q_i - C(Q_i)] \Rightarrow \max_{Q_i} [(D - Q_i - Q_j)Q_i - c_i Q_i] \quad (5.3)$$

O resultado da equação acima é:

$$Q_i = \frac{D - Q_j - c_i}{2} \quad (5.4)$$

A melhor resposta é encontrada em função da produção dos grupos (Grupo 1 e Grupo 2). Como os dois grupos estão jogando simultaneamente cada jogador pode escolher a melhor equação resposta de acordo com a decisão do outro. Assim o jogador 1 pode escolher a sua melhor resposta de acordo com a primeira resposta do jogador 2, ou o contrário, até que se encontre o ponto de intersecção das curvas e encontrando o equilíbrio de Cournot.

Igualando-se duas equações de melhor resposta, encontra-se o equilíbrio:

$$Q_1 = \frac{D_0 - 2c_1 + c_2}{3} \quad ; \quad Q_2 = \frac{D_0 - 2c_2 + c_1}{3}$$

$$\pi_1 = \frac{(D_0 - 2c_1 + c_2)^2}{9} \quad ; \quad \pi_2 = \frac{(D_0 - 2c_2 + c_1)^2}{9} \quad (5.5)$$

Os VPLs dos grupos 1 e 2 são obtidos conforme a Equação (5.6):

$$VPL_0^{II, Gi} = \pi_i + \frac{\pi_i}{k} - I_0 \quad (5.6)$$

Os valores calculados para este exemplo, são:

$$VPL_0^{II,G1} = VPL_0^{II,G2} = 154,75$$

Caso os dois grupos decidam postergar a decisão de investir no período zero, ocorrerá dois possíveis cenários no período um, onde para cada cenário haverá quatro combinações de estratégias conforme a figura 5.4.

Após a decisão de postergar o investimento vamos analisar o primeiro cenário que o de subida da demanda no caso que os dois grupos invistam ( $C_1^s$ ), encontrando os respectivos lucros na situação de equilíbrio.

$$\pi_1 = \frac{(D_1^s - 2c_1 + c_2)^2}{9} \quad ; \quad \pi_2 = \frac{(D_1^s - 2c_2 + c_{21})^2}{9} \quad (5.7)$$

Os VPLs nesta condição, são os seguintes:

$$VPL_1^{II,s,G1} = \pi_1^{II,s} + \frac{\pi_1^{II,s}}{k} - I_1 \quad ; \quad VPL_1^{II,s,G1} = VPL_1^{II,s,G2} = 477,9 \quad (5.8)$$

Na situação de monopólio ( $M_1^s$ ) onde um grupo investe e o outro não, o valor esperado pela estratégia de abandono (A) é zero. Em contrapartida o que investiu terá seu resultado maximizado de acordo com a sua situação no cenário, sendo o resultado apresentado na Equação (5.10):

$$\pi_1 = \frac{(D_1^s - c_1)^2}{4} \quad ; \quad \pi_2 = \frac{(D_1^s - c_2)^2}{4} \quad (5.9)$$

O VPL do monopolista é calculado conforme a equação (5.10):

$$VPL_1^{IA,s,G1} = \pi_1^{IA,s} + \frac{\pi_1^{IA,s}}{k} - I_1 \quad ; \quad VPL_1^{IA,s,G1} = VPL_1^{IA,s,G2} = 1282,36 \quad (5.10)$$

Uma vez analisado o cenário de subida da demanda iremos utilizar as mesmas equações para estudar o cenário de descida da demanda, apenas fazendo

a substituição dos fatores de subida por descida da demanda ( $D_1^s$  por  $D_1^d$ ). Sendo encontrado os seguintes VPLs calculados para cada situação.

$$\text{Equilíbrio de Cournot } (C_1^d) - \text{VPL}_1^{\text{II}, d, G1} = \text{VPL}_1^{\text{II}, d, G2} = -131,7$$

$$\text{Monopólio } (M_1^d) - \text{VPL}_1^{\text{IA}, d, G1} = \text{VPL}_1^{\text{AI}, d, G2} = 25,25 \quad (5.11)$$

Para encontrarmos o resultado esperar, e, esperar no período zero devemos levar em consideração os resultados encontrados nos cenários de subida e descida da demanda no período um (Investir e investir no cenário de subida e abandonar, abandonar no cenário de descida). O valor oportunidade de investimento no período zero é obtido como valor esperado dos equilíbrios de Nash descontado a valor presente por uma taxa. Para este exemplo foram obtidos o valor de 104,2 para ambos o grupos que decidiram postergar o investimento no período zero. A figura (5.5) mostra a representação formal do jogo no período um para cada cenário e sua decisão de espera no período zero.

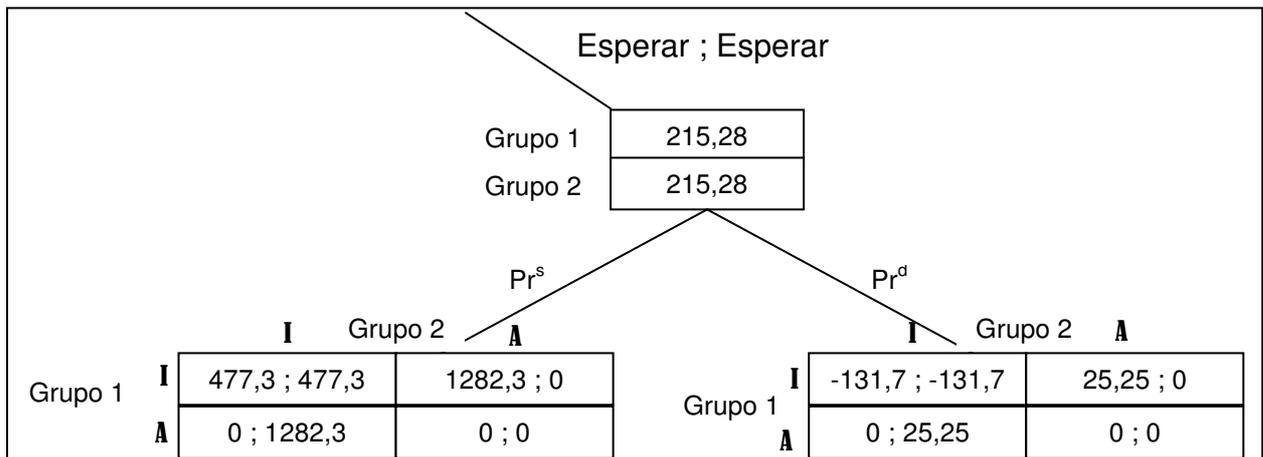


Figura 5.5 – Resultado das Estratégias Esperar-Esperar no Período 0

Até o momento estamos trabalhando na situação de jogo simultâneo, agora iremos mudar a configuração do jogo para jogo seqüencial onde um dos grupos se torna líder no período zero, independentemente da decisão do seguidor no período

um. Nesta situação o líder receberá dividendos conforme com sua condição monopolista. Sendo calculado pela equação (5.12):

$$\pi_{\text{líder},0} = \frac{(D_0 - c_{\text{líder}})^2}{4} = 90,25 \quad (5.12)$$

Se o líder continuar monopolista no período um, pois a decisão do seguidor foi de abandonar, o VPL sofre modificações de acordo com os dois cenários da demanda:

$$\text{Subida na demanda : } VPL_{\text{líder},1}^s = \pi_{\text{líder},i}^s + \frac{\pi_{\text{líder},i}^s}{k} = 1646,6$$

$$\text{Descida na demanda : } VPL_{\text{líder},1}^d = \pi_{\text{líder},i}^d + \frac{\pi_{\text{líder},i}^d}{k} = 385,25 \quad (5.13)$$

Na situação que o seguidor decida não abandonar o empreendimento, estará se formando o equilíbrio de Stakelberg, onde o seguidor sabe a quantidade produzida pelo líder ( $Q_{\text{líder}}$ ). Logo o seguidor irá maximizar o seu lucro em função da quantidade já estabelecida pelo líder, de acordo com a equação (5.13):

$$\max_{Q_{\text{seg}}} \pi_{\text{seg}} \Rightarrow \max_{Q_{\text{seg}}} [P(Q_t)Q_{\text{seg}} - C(Q_{\text{seg}})] \Rightarrow \max_{Q_{\text{seg}}} [(D - Q_{\text{líder}} - Q_{\text{seg}})Q_{\text{seg}} - c_{\text{seg}}Q_{\text{seg}}] \quad (5.14)$$

A produção otimizada pelo seguidor é a seguinte:

$$Q_i^* = \frac{D - c_{\text{seg}} - Q_{\text{líder}}}{2} \quad (5.15)$$

Para não perder mercado o líder sabe que o seguidor irá observar os seus movimentos e irá maximizar os resultados conforme já discutido. O líder pode prever os movimentos do seguidor e incorporar a quantidade que o seguido iria produzir e maximiza o seu lucro. Assim, o líder resolve o seguinte problema:

$$\max_{Q_{\text{líder}}} \pi_{\text{líder}} \Rightarrow \max_{Q_{\text{líder}}} \left[ (D - Q_{\text{líder}} - \left( \frac{D - c_{\text{seg}} - Q_{\text{líder}}}{2} \right)) Q_{\text{líder}} - c_{\text{líder}} Q_{\text{líder}} \right] \quad (5.16)$$

Tendo como resposta:

$$Q_{\text{líder}} = \frac{D - 2c_{\text{líder}} + c_{\text{seg}}}{2} \quad (5.17)$$

Substituindo a Equação (5.17) na Equação (5.15), encontra-se a quantidade produzida pelo seguidor:

$$Q_{\text{seg}} = \frac{D - 3c_{\text{seg}} + 2c_{\text{líder}}}{4} \quad (5.18)$$

Os lucros obtidos pelo líder e pelo seguidor são mostrados a seguir:

$$\pi_{\text{líder}} = \frac{(D - 2c_{\text{líder}} + c_{\text{seg}})^2}{8}$$

$$\pi_{\text{seg}} = \frac{(D - 3c_{\text{seg}} + 2c_{\text{líder}})^2}{16} \quad (5.19)$$

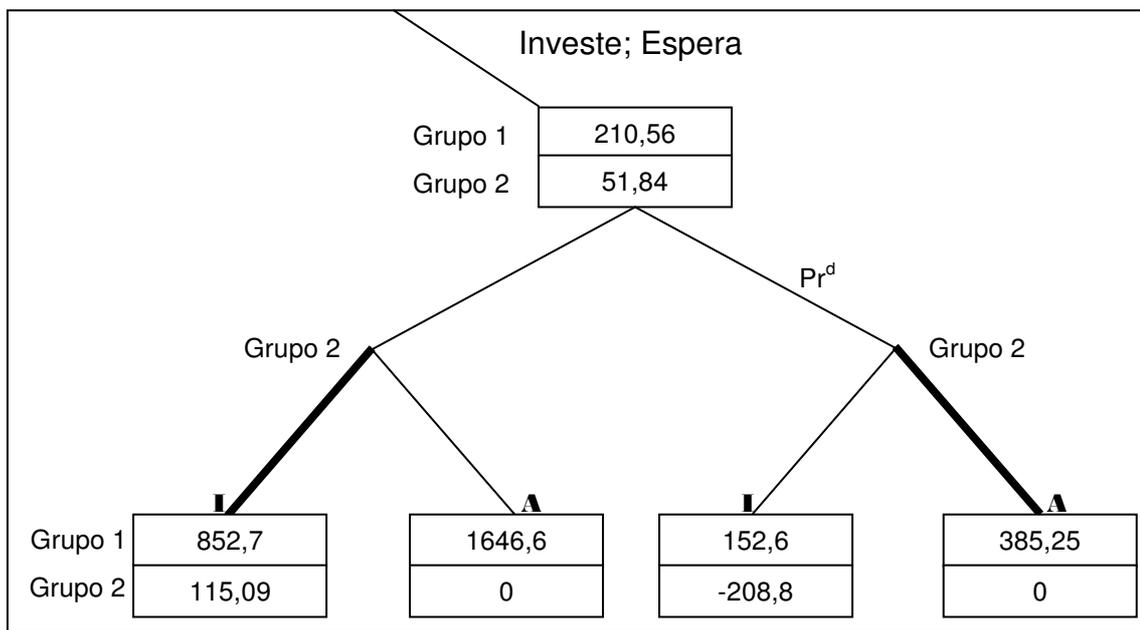
Os VPLs do seguidor no período 1 são os seguintes:

$$\text{Subida na demanda: } VPL_{\text{seg},1}^s = \pi_{i \text{ seg},1}^s + \frac{\pi_{i \text{ seg},1}^s}{k} - I_1 = 115,09$$

$$\text{Descida na demanda: } VPL_{\text{seg},1}^d = \pi_{i \text{ seg},1}^d + \frac{\pi_{i \text{ seg},1}^d}{k} - I_1 = -194,24 \quad (5.20)$$

Fazendo uma análise do cenário construído o seguidor irá participar do jogo se a demanda subir, caso contrário, abandona o empreendimento e deixa o líder como monopolista.

Na situação que o seguidor investe, o VPL do líder é calculado pela equação (5.13), utilizando o lucro da equação(5.19). Sendo neste caso de 852,7 no cenário de subida da demanda e de 152,6 no cenário de descida da demanda. A figura 5.6 apresenta os cenários da demanda para cada grupo levando em consideração o grupo 1 como líder. Os resultados seriam os mesmos se o grupo 2 fosse o líder apenas haveria uma inversão de posições.



5.6 - Resultado das Estratégias Investir-Esperar no Período 0

Estabelecido todos os resultados para todas as estratégias consideradas no período zero, podemos encontrar o equilíbrio de Nash no período 1 de acordo com a figura 5.7.

		Grupo 2	
		I	E
Grupo 1	I	115,09 ; 115,09	210,56 ; 51,84
	E	51,84 ; 210,56	215,28 ; 215,28

Figura 5.7 – Equilíbrio de Nash no Período 1

Como mostra a figura 5.7 o melhor resultado é a combinação esperar-esperar, porém o equilíbrio de Nash ocorre na combinação investir-investir. Neste

caso nós incorremos num caso conhecido na literatura como o dilema do prisioneiro, pois, se um dos grupos decide pela estratégia de esperar deixa outro com a possibilidade de investimento imediato na situação de monopólio, como já foi mostrado, ele tenta maximizar os seus lucros com a quantidade que o seguidor poderia produzir assim anulando o seguidor. Portanto não é aconselhável a espera pois ficaria na desvantagem.

## 5.5 – MODELO PROPOSTO

O modelo propõe que dois grupos interessados na expansão de energia hidroelétrica, com iguais condições financeiras. Disputam 4 empreendimentos de 250MW na condição de duopólio, onde cada empresa pode no máximo adquirir 2 empreendimentos, ou seja, no máximo pode-se investir em 500 MW em energia assegurada. O modelo que estamos propondo possui as mesmas características do modelo de Trigeorgis (figura 5.8).

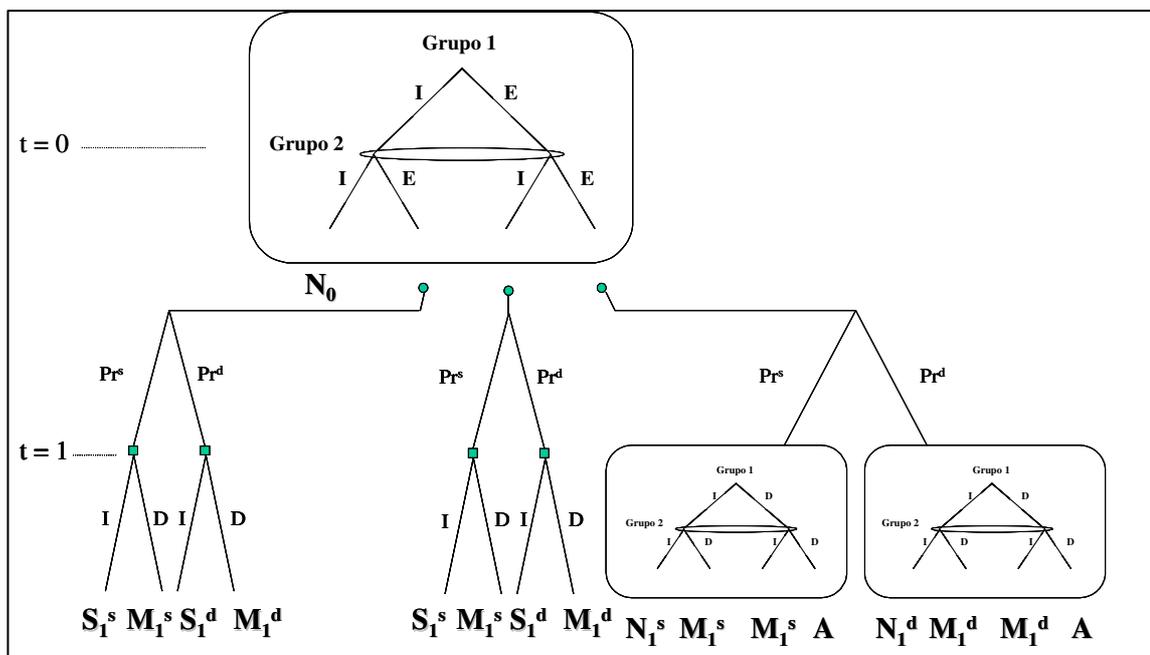


Figura 5.8 – Representação do jogo disputado por dois grupos de geração

As características dos dois grupos está representada na tabela 5.9, a qual demonstra investimento total e custo fixo que foram considerados linearmente proporcionais aos valores adotados na tabela 4.1 para uma capacidade instalada de 361MW.

Tabela 5.1: Dados das oportunidades de expansão dos grupos 1 e 2

Premissas		
Dados Técnicos	Valor	Unidade
Vida Útil	30	Anos
Tempo de Construção	5	Anos
Capacidade Instalada	456,5; 913	MWmed
Energia Assegurada	250; 500	MWmed
Receitas e Custos		
Preço de Venda	120; 117,5 ; 116	R\$/MWh
Custo de Produção	5,03	R\$/MWh
TUST	2,49	R\$/kWmês
Investimento		
Investimento Unitário	2390	R\$/kW
Depreciação	25	Anos
Estrutura de Capital		
Alavancagem Financeira	30%	CP
Taxa de Juros aa.	7,46%	
Amortização	10	Anos
Carência	5	Anos
Sistema de Amortização	SAC	
TMA	11%	aa.
Taxas e Impostos		
PIS	1,65%	
Confins	7,60%	
Taxa de Fiscalização da Aneel	0,50%	
Imposto Renda	25%	
Contribuição Social	9%	

De posse dos dados dos grupos no primeiro momento ambos podem decidir investir simultaneamente no período 0. Como cada grupo pode no máximo investir em dois empreendimentos a figura 5.10 apresenta as possíveis combinações de investimentos e os seus respectivos VPLEqs calculados utilizando a mesma metodologia adotada no capítulo 4.

		Grupo 2		
		0 MW	250 MW	500 MW
Grupo 1	0 MW	0 ; 0	0 ; $VPLEq^{G2,125}$	0 ; $VPLEq^{G2,1500}$
	250 MW	$VPLEq^{G1,1250}$ ; 0	$VPLEq^{G1,1250}$ ; $VPLEq^{G2,125}$	$VPLEq^{G1,1500}$ ; $VPLEq^{G2,1250}$
	500 MW	$VPLEq^{G1,1500}$ ; 0	$VPLEq^{G1,1500}$ ; $VPLEq^{G2,1250}$	$VPLEq^{G1,1500}$ ; $VPLEq^{G2,1500}$

Figura 5.9 : Representação do jogo de investimento simultâneo

Uma vez encontrados os VPLEqs, encontramos (caso exista) o equilíbrio de Nash para o período 0 ( $N_0$ ), este irá representar os valores de estratégias conjuntas para este jogo.

Levando em consideração que os grupos decidam postergar o investimento, dois cenários se formaram no período 1. Um de subida da demanda e outro de descida da demanda. Caso ambos decidam investir imediatamente no período 1 serão formados jogos idênticos ao da figura 5.10 e novamente encontramos o equilíbrio de Nash para o período 1 nos dois cenários previamente estabelecidos em  $(N_1^s)$  no caso de subida da demanda, e,  $(N_1^d)$  no caso da descida da demanda mostrados na figura 5.8.

Terminado esta parte em que ambos os grupos investem ou no período 0 ou no período 1, e determinados todos os VPLEqs, passamos a situação em que um dos grupos decida abandonar o empreendimento deixando o outro na situação monopolista.

Tomemos a situação que haja monopólio no período 1, ou seja, um dos grupos investe e outro não. O monopolista poderá investir até uma capacidade de 500MW e a capacidade escolhida será aquela que tiver maior VPLEq. Assim encontramos os valores associados a esta situação para os dois possíveis cenários de subida da demanda  $(M_1^s)$  e descida da demanda  $(M_1^d)$ .

Considerando agora uma situação que haja um líder no período 0. Este poderá investir até a capacidade de 500MW e fará aquela que tiver maior VPLEq. O seguidor só poderá mostrar alguma reação no período 1, para este caso temos que analisar a situação do líder no período 0 e os cenários de demanda no período 1 para encontrarmos a reação do seguidor, conforme a figura 5.10.

		LÍDER	
		250 MW	500MW
SEGUIDOR	250 MW	$VPLEq^{Seg,I250}$	$VPLEq^{Seg,I250}$
	500 MW	$VPLEq^{Seg,I500}$	$VPLEq^{Seg,I500}$

Figura 5.10: Reação do seguidor

Caso o seguidor decida investir, escolherá a capacidade instalada que apresentar o maior VPLEq, levando em consideração o investimento feito pelo líder.

O líder escolherá uma capacidade instalada de investimento de acordo com o valor esperado de cada capacidade na análise dos cenários da demanda no período 1. Aquela que apresentar maior VPLEq será escolhida.

## 5.6 – RESULTADOS

O modelo foi construído levando em consideração três preços iniciais de contratação de energia, para cada situação de investimento. Os critérios adotados na obtenção destes preços estão relacionados ao projeto descrito na tabela 1.

Para uma situação em que ambos os grupos invistam na capacidade instalada de 250 MW o preço contratado será o preço teto, que é o preço de leilão ofertado pelo governo que no caso é de R\$ 120,00.

Para a situação em que ambos os grupos invistam na capacidade instalada de 500 MW o preço contratado será o preço de R\$ 116,00, que é o preço onde as empresas obtêm somente lucro econômico (VPL = 0).

Para a situação, na qual um grupo invista em 250 MW e outro em 500 MW o preço contratado estabelecido é um valor intermediário entre os dois extremos do investimento, estabelecendo um preço de R\$117,50.

Com estas considerações, conseguimos colocar o efeito demanda no projeto ver figura 5.11.

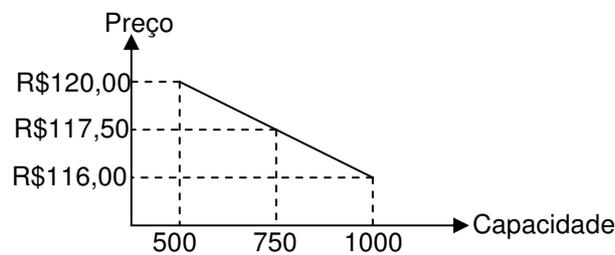


Figura 5.11: Efeito demanda

Serão mostrados a seguir os resultados encontrados para estes preços contratados com uma volatilidade de 10%, 20% e 30% no período 1, com probabilidade de 50% para cada cenário de subida ou descida da demanda.

### 5.6.1 – Equilíbrio de Duopólio

Fazendo análise da situação que ambos invistam no período 0, obtemos os respectivos VPLeqs de todas as possíveis combinações de investimentos conforme a tabela 7. Sendo que os equilíbrios de Nash ( $N_0$ ) estão em destaque.

Tabela 5.2: Cenário de investimento em  $t=0$

		Grupo 2		
		0 MW	250 MW	500 MW
Grupo 1	0 MW	0 ; 0	0 ; 30	0 ; 60
	250 MW	30 ; 0	<b>30 ; 30</b>	11 ; 23
	500 MW	60 ; 0	23 ; 11	0,25 ; 0,25

Para o caso em que ambos os grupos postergam os investimentos para o período seguinte.

Haverá dois cenários, nos quais devemos considerar a possibilidade de subida da demanda e a possibilidade de descida da demanda, utilizando uma volatilidade de 10%.

1º cenário: Subida da demanda.

Os preços serão respectivamente R\$ 132,00, R\$129,25 e R\$127,60 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW.

Os respectivos valores encontrados para este cenário estão na tabela 8.

Tabela 5.3: EM no período 1 no cenário de subida

		<b>Grupo 2</b>		
		0 MW	250 MW	500 MW
<b>Grupo 1</b>	0 MW	0 ; 0	0 ; 119,25	0 ; 239,30
	250 MW	119,65 ; 0	119,65 ; 119,65	99,11 ; 198,21
	500 MW	239,30 ; 0	198,21 ; 99,11	<b><u>173,59 ; 173,59</u></b>

2º cenário: descida da demanda

Os preços serão respectivamente R\$ 108,00, R\$105,75 e R\$104,4 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW.

Os respectivos valores encontrados para este cenário estão na tabela 9.

Tabela 5.4: EN no período 1 no cenário de descida

		<b>Grupo 2</b>		
		0 MW	250 MW	500 MW
<b>Grupo 1</b>	0 MW	0 ; 0	0 ; -59,64	0 ; -119,29
	250 MW	-59,64 ; 0	<b><u>-59,64 ; -59,64</u></b>	-76,45 ; -152,9
	500 MW	-119,29 ; 0	-152,9 ; -76,45	-173,07 ; 173,07

Uma vez encontrados os valores para cada combinação de estratégias nos dois cenários podemos encontrar os equilíbrios, de Nash referente, ao jogo investir esperar-esperar, de acordo com a figura 5.12. Onde os valores representados no período 0 são calculados como valores esperados trazidos a valor presente.

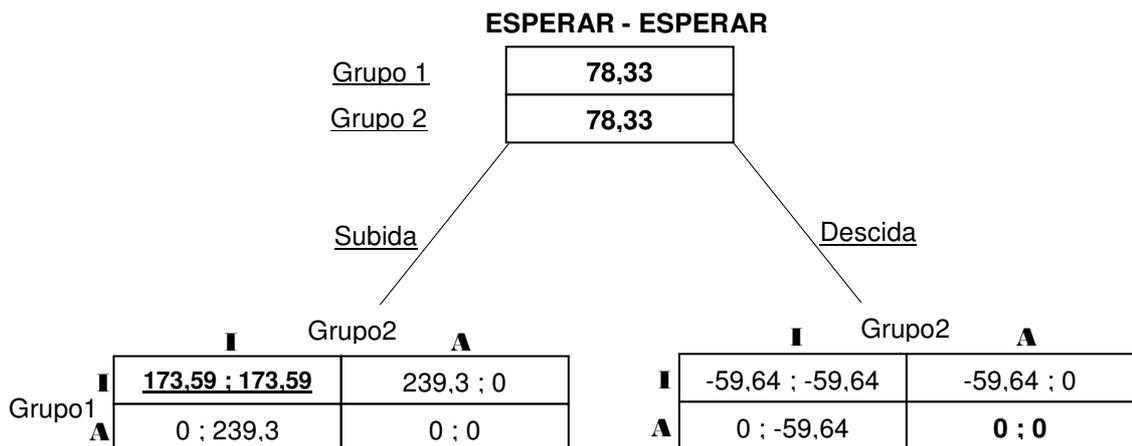


Figura 5.12: Equilíbrio de Nash nos cenários de subida e descida da demanda após a decisão de espera em ambos os grupos no período zero.

Considerando agora a condição que um dos grupos se torne líder no período zero. Precisamos determinar a reação do seguidor no período seguinte e os possíveis resultados do líder de acordo com as decisões tomadas pelo seguidor.

Para a possível reação do seguidor temos que considerar a melhor resposta dos empreendimentos em dois cenários de subida e descida da demanda.

1º cenário: Subida da demanda.

Os preços serão respectivamente R\$ 132, 00, R\$129,25 e R\$127,60 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW.

Tabela 5.7: Reação do seguidor no cenário de subida da demanda no período 1.

		LÍDER		
		Capacidade	250 MW	500MW
SEGUIDOR	250 MW	119,65	99,11	
	500 MW	198,25	173,56	

2º cenário: descida da demanda

Os preços serão respectivamente R\$ 108, 00, R\$105,20 e R\$102,4 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW.

Tabela 5,8: Reação do seguidor no cenário de descida da demanda no período 1.

		LÍDER		
		Capacidade	250 MW	500MW
SEGUIDOR	250 MW		<b>-59,64</b>	-76,45
	500 MW		-152,9	-173,07

Uma vez que já encontramos as possibilidades de investimento do seguidor em função do líder, podemos estabelecer qual a melhor decisão de investimento do líder de acordo com as possíveis decisões que o seguidor possa tomar. Veja o resultado na tabela 5.9.

Tabela 5.9: Decisão de investimento do Líder

Investimento do líder (MW)	Reação do seguidor (MW)		Valor do Líder – R\$		Valor esperado Líder
	Subida	Descida	Subida	Descida	
250	500	0	119,65	-59,64	30,0
500	500	0	239,30	-119,29	<b><u>60,0</u></b>

De posse de todas as possíveis combinações de investimento do líder e do seguidor, podemos encontrar a solução final do jogo investir-esperar, o qual será o equilíbrio de Nash para o período zero de acordo com a figura 5.13.

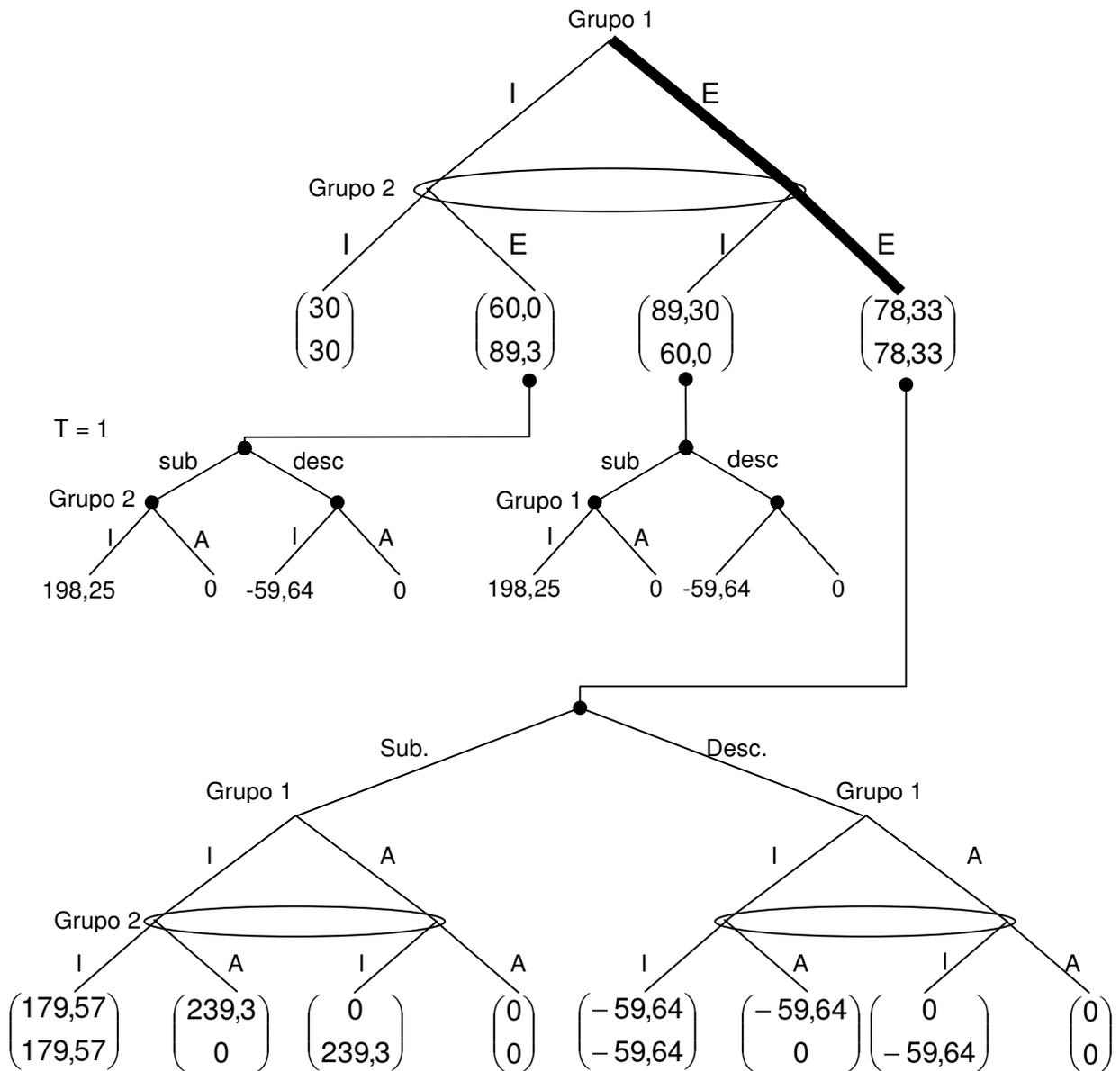


Figura 5.13 : resultado do jogo disputado por dois grupos.

A figura 5.13 mostrou que equilíbrio do jogo é postergar o investimento simultâneo esperando a melhora do preço de contratação, a um valor de espera de R\$ 76,84 milhões.

Vamos considerar agora uma volatilidade de 20% para o período 1. No caso em que ambos decidam postergar o investimento. Teremos dois cenários:

1º Cenário: Subida da demanda.

Os preços serão respectivamente R\$ 144,00, R\$ 141,0 e R\$ 139,20 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW. Os resultados encontrados para este jogo estão na tabela 5.10.

Tabela 5.10: EN no período 1 no cenário de subida

		Grupo 2		
		0 MW	250 MW	500 MW
Grupo 1	0 MW	0 ; 0	0 ; 209,30	0 ; 418,59
	250 MW	209,30 ; 0	209,30 ; 209,30	186,88 ; 337,77
	500 MW	418,59 ; 0	337,77 ; 186,88	<b><u>346,88 ; 346,88</u></b>

2º Cenário : Descida da demanda.

Os preços para este cenário serão R\$ 96,00, R\$ 94,00 e R\$ 92,80 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW. Os resultados encontrados para este jogo estão na tabela 5.11.

Tabela 5.11: EN no período 1 no cenário de descida

		Grupo 2		
		0 MW	250 MW	500 MW
Grupo 1	0 MW	0 ; 0	0 ; -149,29	0 ; -298,58
	250 MW	-149,29 ; 0	<b><u>-149,29 ; -149,29</u></b>	-164,23 ; -328,46
	500 MW	-298,58 ; 0	-328,46 ; -164,23	-346,39 ; -346,39

Uma vez encontrados os valores para cada combinação de estratégias nos dois cenários podemos encontrar os equilíbrios de Nash referente ao jogo espera-espera de acordo com a figura 5.14. Onde os valores representados no período 0 são calculados como valores esperados trazidos a valor presente.

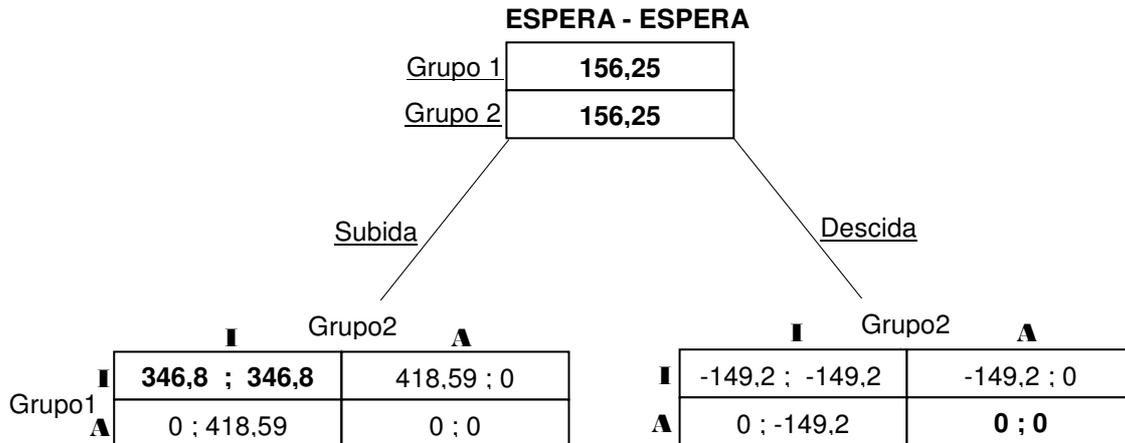


Figura 5.14: Equilíbrio de Nash nos cenários de subida e descida da demanda após a decisão de espera em ambos os grupos no período zero.

Novamente, considerando agora a condição em que um dos grupos se torne o líder no período zero. Precisamos determinar a reação do seguidor no período seguinte e os possíveis resultados do líder de acordo com as decisões tomadas pelo seguidor.

Para a possível reação do seguidor temos que considerar a melhor resposta dos empreendimentos em dois cenários de subida e descida da demanda.

1º cenário: Subida da demanda.

Os preços serão respectivamente R\$ 144,00, R\$141,00 e R\$139,60 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW.

Tabela 5.12: Reação do seguidor no cenário de subida da demanda no período 1.

		LÍDER	
	Capacidade	250 MW	500MW
SEGUIDOR	250 MW	209,30	186,88
	500 MW	373,77	346,88

2º cenário: descida da demanda

Os preços serão respectivamente R\$ 96,00, R\$94,00 e R\$92,80 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW.

Tabela 5.13: Reação do seguidor no cenário de descida da demanda no período 1.

		LÍDER	
		Capacidade	250 MW
SEGUIDOR	250 MW	-149,29	-164,23
	500 MW	-328,46	-346,39

De posse das possibilidades de investimento do seguidor em função do líder, podemos estabelecer qual a melhor decisão de investimento, do líder, de acordo com as possíveis decisões que o seguidor pode tomar. Veja o resultado na tabela 5.14.

Tabela 5.14: Decisão de investimento do Líder

Investimento do líder (MW)	Reação do seguidor (MW)		Valor do Líder – R\$		Valor esperado Líder
	Subida	Descida	Subida	Descida	
250	500	0	209,30	-149,29	30,0
500	500	0	418,59	-298,58	<b><u>60,0</u></b>



Iremos analisar uma situação que ocorra uma volatilidade 30% e que ambos os grupos posterguem os investimentos para o período seguinte.

Neste casos consideraremos, novamente, dois cenários.

1º cenário: Subida da demanda.

Os preços serão respectivamente R\$ 156,00, R\$ 154,50 e R\$ 150,00 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW.

Os respectivos valores encontrados para este cenário estão na tabela 5.15.

Tabela 5.15: EN no período 1 no cenário de subida

		Grupo 2		
		0 MW	250 MW	500 MW
Grupo 1	0 MW	0 ; 0	0 ; 298,94	0 ; 597,89
	250 MW	298,64 ; 0	198,94 ; 298,94	287,74 ; 575,42
	500 MW	597,89 ; 0	575,42 ; 287,74	<b><u>508,24 ; 58,24</u></b>

2º cenário: descida da demanda

Os preços serão respectivamente R\$ 84,00, R\$ 82,50 e R\$ 82,20 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW.

Os respectivos valores encontrados para este cenário estão na tabela 5.16

Tabela 5.16: EN no período 1 no cenário de descida

		Grupo 2		
		0 MW	250 MW	500 MW
Grupo 1	0 MW	0 ; 0	0 ; -238,94	0 ; -477,87
	250 MW	-238,94 ; 0	<b><u>-238,94 ; -238,94</u></b>	- 500,28 ; -250,14
	500 MW	-477,87 ; 0	-250,14 ; -500,28	-514,71 ; -514,71

Encontrados os valores para cada combinação de estratégias nos dois cenários podemos encontrar os equilíbrios de Nash referente ao jogo espera-espera

de acordo com a figura 5.16. Onde os valores representados no período 0 são calculados como valores esperados trazidos a valor presente.

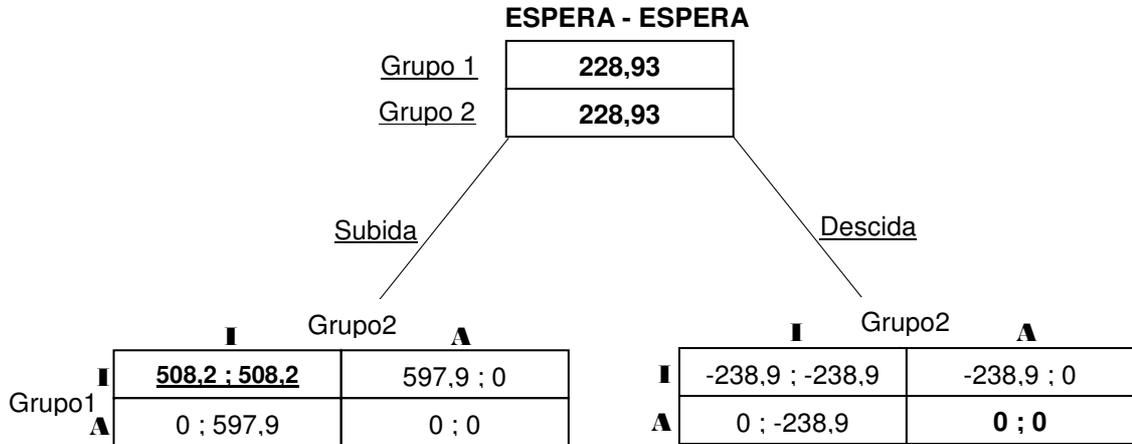


Figura 5.16: Equilíbrio de Nash nos cenários de subida e descida da demanda após a decisão de espera em ambos os grupos no período zero.

Tomando a posição que um dos grupos se torne líder no período zero. Precisamos determinar a reação do seguidor no período seguinte e os possíveis resultados do líder de acordo com as decisões tomadas pelo seguidor.

Para a possível reação do seguidor temos que considerar a melhor resposta dos empreendimentos em dois cenários de subida e descida da demanda.

1º cenário: Subida da demanda.

Os preços serão respectivamente R\$ 156,00, R\$154,50 e R\$150,00 para as seguintes capacidades instaladas 500MW, 750MW e 1000MW. E os resultados estão apresentados na tabela 5.17.

Tabela 5.17: Reação do seguidor no cenário de subida da demanda no período 1.

		LÍDER		
		Capacidade	250 MW	500MW
SEGUIDOR	250 MW	298,94	287,74	
	500 MW	575,47	508,24	

2º cenário : descida da demanda

Os preços serão respectivamente R\$ 84,00, R\$ 82,50 e R\$ 81,20 para as seguintes capacidades instaladas: 500MW, 750MW e 1000MW. E os resultados estão apresentados na tabela 5.18.

Tabela 5.18: Reação do seguidor no cenário de descida da demanda no período 1.

		LÍDER		
		Capacidade	250 MW	500MW
SEGUIDOR	250 MW		<b>-238,94</b>	-250,14
	500 MW		-508,28	-519,75

Encontradas as possibilidades de investimento do seguidor em função do líder, podemos estabelecer qual a melhor decisão de investimento do líder de acordo com as possíveis decisões que o seguidor pode tomar. Veja o resultado na tabela 5.19.

Tabela 5.19: Decisão de investimento do Líder

Investimento do líder (MW)	Reação do seguidor (MW)		Valor do Líder – R\$		Valor esperado Líder
	Subida	Descida	Subida	Descida	
250	500	0	298,94	-238,94	30,0
500	500	0	597,89	-477,87	<b><u>60,0</u></b>

Determinadas as possíveis combinações de investimento do líder e do seguidor, podemos encontrar a solução final do jogo investir-esperar que será o equilíbrio de Nash para o período zero de acordo com a figura 5.17.

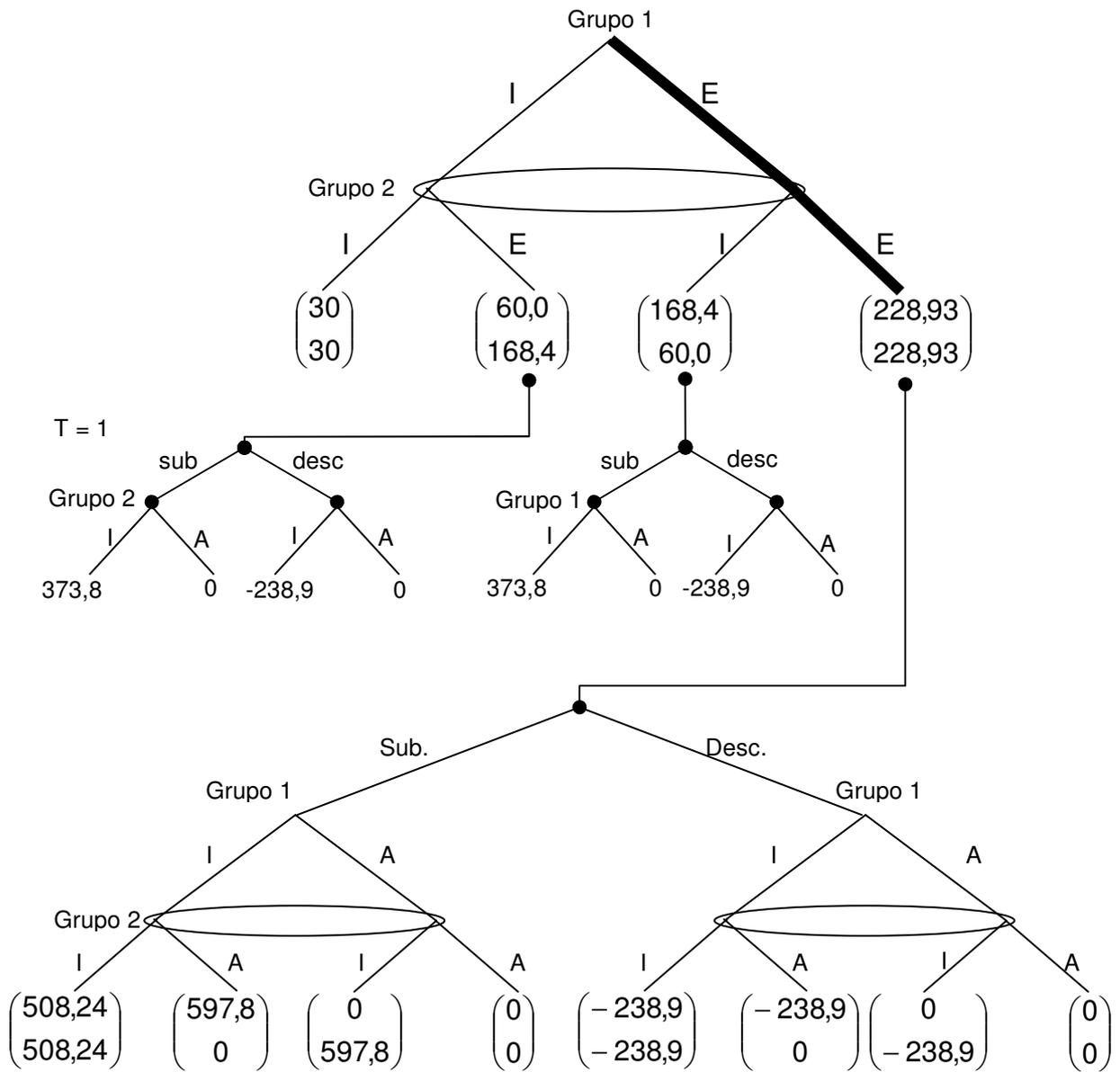


Figura 5.17 : resultado do jogo disputado por dois grupos.

A figura 5.17 mostrou que equilíbrio do jogo é postergar o investimento simultâneo esperando a melhora do preço de contratação, a um valor de espera de R\$ 228,93 milhões.

## 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.

O objetivo deste estudo é encontrar o melhor momento de investimento em uma usina hidrelétrica sobre a ótica do investidor, numa situação de duopólio aplicando o modelo de *Option Games*.

Nosso estudo mostrou que na situação de monopólio, o modelo tradicional de avaliação de investimento concluiu que investimento imediato era financeiramente viável. Entretanto com uso Teoria de Opções Reais mostrou que o melhor era aguardar, pois a flexibilidade gerencial de postergar o investimento agregou valor ao empreendimento.

Na situação de duopólio, a Teoria de Opções Reais não se adequou, pois a mesma analisa um grupo de cada vez e de forma independente, então precisávamos combinar com a Teoria de Opções Reais com a Teoria dos Jogos, a fim de obter uma ferramenta capaz de avaliar os grupos de investimentos de forma simultânea, uma vez que as decisões tomadas por um grupo afetam diretamente as decisões do outro.

Para essa situação o modelo de *Option Games* apresentou resultados compatíveis com Teoria de Opções Reais. Nas simulações verificamos que há uma viabilidade financeira no caso de investimento imediato. Porém à flexibilidade gerencial de postergar o investimento em todos os cenários de volatilidade agregou valor ao projeto. Concluímos que é melhor postergar o empreendimento do que investir imediatamente.

## **6.2 – FATORES LIMITANTES.**

Uma importante limitação é a ausência de uma base histórica de preços contratados a fim de estimar a volatilidade do mercado, tivemos a necessidade de estipular valores para essa variável.

Outro fator limitante é que este resultado não representa todo o setor elétrico, somente a este empreendimento.

## REFERÊNCIAS:

1. CORTAZAR,G.,SCHWARTZ,E.,SALINAS,M. **Evaluating environmental investments: A real options approach.**v.44,n.8,1998.
2. DIAS, Marco Antônio Guimarães. **Opções reais híbridas com aplicação em petróleo.** 2005. 366 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós Graduação do Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2005.
3. DIXIT,A. ;PINDYCK R.S. **Investment Under Uncertainty**, Princeton University Press, 1994.
4. DIXIT,A.; PINDYCK R.S. **Expandability, reversibility, and optimal capacity of choice, in project flexibility, agency, and competition.** Edit by M. Brennan and L. Trigeorgis, pp.50-70, Oxford University Press, New York, 2000.
5. **ESTUDOS PARA LICITAÇÃO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO:** aproveitamento hidrelétrico mauá. Empresa de pesquisa energética.MME, 2006. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/apliacacoes/editais\\_geracao/documentos/0042006-relatoriotecnicomaua.pdf](http://www.aneel.gov.br/apliacacoes/editais_geracao/documentos/0042006-relatoriotecnicomaua.pdf)> acesso em: 03 abril. 2007.
6. GOMES, Leonardo Lima. **Avaliação de termelétricas no Brasil estudando o melhor momento de investimento por modelos de opções reais.** 2002. 102 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós Graduação do Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2002.
7. GRENADIER S. R. **The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets**, The Journal of Finance, nº 5, 1996.

8. GRIFFES P.; HSU M.; KAHN E. **Power Asset Valuation: Real Options, Ancillary Services, and Environmental Risks**, Chapter 5, The New Power Markets: Corporate Strategies for Risk and Reward, Risk Books, 1999
9. KUTILAKA, N. **The value of flexibility: the case of a dual fuel industrial steam boiler**. Financial Management, p. 271-280,1993.
10. MAS-COLELL A; WHINSTON M. D.; GREEN J. R. **Microeconomic Theory**, Oxford University Press, 1995.
11. McDONALD. R.; SIEGEL, D. **Investment and the valuation of firms when there is a option to shut down**. International Economic Review, v.26, n.2, p. 331-349, 1986.
12. MINARDI, Andréa. **Teoria de opções reais aplicada projetos de investimento**. Revista de Administração de empresas.São Paulo,v.40,n.2, 2000.
13. MINARDI, A. M. A. F. **Teoria de opções aplicada a projetos de investimento**. São Paulo: Atlas, 2004.
14. PINDYCK. **Irreversibility, uncertainty, and investment**. Journal of Economic Literature, v.29, n.3, p.1110-1148, 1991.
15. SOUZA J. **Aplicação de um modelo de opções reais para avaliar projetos de geração hidrelétrica no Brasil**. 2006, 76f.Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ciências Contábeis da Fundação Instituto Capixaba de Pesquisas em Contabilidade, Economia e Finanças,Espírito Santo, 2006.
16. SMETS F. R.: **Essays on Foreign Direct Investments**, Doctoral Dissertation, Yale University, 1993.
17. SCHWARTZ E. S.; MOON M.**Rational Pricing of Internet Companies**, Financial Analysts Journal, May/June, 2000.
18. TITMAN, Sheridan. **Urban land prices under uncertainty**. American Economic Review, v.75, n.3, p.505-514, 1985.
19. TRIGEROGIS, L. **The nature of option interactions and the valuation of investments with multiple real options**. Journal of Finance and Quantitative Analysis.v.40,n.1,1993.

20. TRIGEORGIS, L.: **Evaluating Leases With Complex Operating Options**, European Journal of Operational Research, 75, no.1, 1996.
21. TRIGEORGIS, L: **Valuing Real Investment Opportunities: An options Approach to Strategic Capital Budgeting**, Doctoral Dissertation, Harvard University, 1986.